**自然科学実験(インダクタンスと静電容量)**

**１年テ組１０番　河野佑輔**

**《１. 目的》**

　　　自作のコイルとコンデンサーを使った回路で電気共振を観察し、インダクタンスと静電容量を測る。

**《２．原理・理論》**

コイルとコンデンサーは、抵抗器と同様に電気回路の基本的な素子であり、これら３つの素子を組み合わせると、フィルター回路、共振回路、微分回路、積分回路などの様々な機能の回路を作ることができる。

（１）インダクタンス

円筒形のコイル(ソレノイド)に電流Ｉが流れているとき、コイルの内外に磁界が生じる。Iが一定ならば電位差はゼロであるが(導線の抵抗は小さいため無視できるとする)、Iが変化するときはコイルを通り抜ける磁束が変化するために、電磁誘導により電位差が生じる。電位差ＶはＩの変化の速さに比例するので

　　 　Ｖ＝Ｌ**

と表される。このとき、Ｌをコイルのインダクタンスといい、単位はＶ・ｓ・となるが、この単位をＨ(ヘンリー)という。

角周波数ωで正弦的に変化する電流Ｉ＝Ｉsinωtがコイルに流れているとき、電圧Ｖは

　　 　Ｖ＝ＬωＩcosωt＝ＬωＩsin(ωt＋)

であるので、電圧は電流に比べて位相が進んでいる。(抵抗Ｒの抵抗器ではＶ＝ＲＩだから、電圧と電流は同位相。)

また、半径ｒの円筒の枠に長さｌにわたってすき間なく巻かれた、総巻数Ｎの単層ソレノイドのインダクタンスＬは、ｒ≪ｌのとき、

　　　　　Ｌ＝≈3.95×10Ｈ・ｍ×

で与えられる。ここで、は真空の透磁率(≈1.26×10Ｈ・ｍ)である。

ただし、ｒ≪ｌが成り立たない場合は、上式は成立せず、

　　　　　Ｌ＝≈3.95×10Ｈ・ｍ×

のように修正される。ここで、Ｋは長岡係数と呼ばれる係数であり、ｒ/ｌの関数で、表１のように１より小さい値をとる。

**表１.　r/lとＫの関係**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| r/l | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 1.0 | 2.0 |
| K | 0.920 | 0.850 | 0.780 | 0.735 | 0.688 | 0.526 | 0.365 |

（２）静電容量

　 電気を通さない物質または真空で隔てられた一対の電極に電位差Ｖを与えると、＋Ｑと－Ｑの電荷がそれぞれの電極に蓄えられ、コンデンサー（蓄電器）として働く。ＱはＶに比例し、

　　　　　　　Ｑ＝ＣＶ

と表され、Ｃをコンデンサーの静電容量という。単位はＣ・Ｖとなるが、この単位をＦ(ファラド)という。

　ここで、ＶとＩの関係は

　 　　I＝

　 より、

　　 　　Ｉ=Ｃ

となり、これをＶについて解くと、

　　 　　Ｖ=

と表される。

ここに、電流がＩ＝Ｉsinωtのとき、

Ｖ=－cosωt＋一定値＝sin(ωt－)＋一定値

　となり、コンデンサーでは電圧は電流より位相が遅れている。

コンデンサーの両極板の向かい合う部分の面積をＳ、極板間の距離をｄ、その間を占める物質の誘電率をεとすると、ｄが電極の広がりに比べて十分小さければ、静電容量Ｃは、

Ｃ＝

で与えられる。εは物質と角周波数ωによって異なる。真空の誘電率ε(≈8.85×10Ｆ・ｍ)との比ε/εを比誘電率といいｋで表す。普通の状態の空気のｋはほぼ１に等しい。

　　このことより

Ｃ＝≈8.85×10Ｆ・ｍ×

となる。

（３）共振

　　コイルとコンデンサーを直列に接続した回路の両端の間に角周波数ωの交流電圧Ｖをかけ、その結果電流Ｉsinωtが流れているとすると、

　　　　　Ｖ＝（Ｌω－）Ｉsin(ωt＋)

　となる。すなわち、電圧Ｖの振幅Ｖはとなるので、ＶとＩの比は

＝

である。したがって

　　　　　ω＝

とおくと、ω＝ωのときにＩは無限大となる。

＝＝

で与えられるをこの回路の共振周波数という。

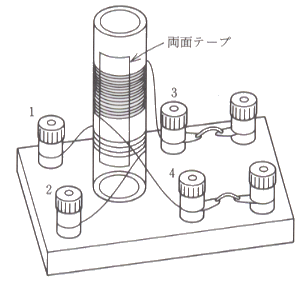
　　実際の回路では、導線の抵抗や誘電体の損失のためにＩは無限大にはならないが、Ｖを一定にしてωを変化させてみると、ω＝ω付近でＩがきわだって大きくなる。

**《３. 実験方法》**

**◆実験Ａ．インダクタンス**

まず円筒の枠にすべり防止のために導線をテープで止め、導線を20巻きして、これを励振コイルとした。さらに、その励振コイルから約1ｃｍ離れたところに励振コイルと同様に、導線を100巻きの主コイルを、導線のすき間がなるべく少ないようにていねいに巻いた。このときコイルをターミナルに接続するため、両コイルとも導線の端を3ｃｍほど残しておいた。そして、導線は絶縁体で被膜されているので、両端の被膜をサンドペーパーで除いた。

次に、励振コイルをターミナル１と２に接続し、100巻きの主コイルをターミナル３と４に接続した。最後に、ターミナル３と４の間に、静電容量(Ｃ＝4.70ｎＦ)のコンデンサーを接続して閉回路を作った。(**図１**参照)



**図１.　コイルの接続の仕方**

これに、ターミナル１と２に発振器を、ターミナル３と４にオシロスコープを接続して、発振器で正弦波を励振コイルに入力し、ターミナル３と４の間に生じた交流電圧をオシロスコープで観察した。発振器の周波数を広い範囲で変え､オシロスコープ上の波形の振幅が最大になる共振周波数を発振器から読んだ。とＣの値から主コイルのインダクタンスＬを計算した。

また、理論値と比較するために、コイルの形状をマイクロメーターを用いて計測(測定値は結果参照)し、理論値Ｌ´を計算した。この理論値Ｌ´と実験値Ｌと比較した。

さらにの前後で振幅が最大値のになる周波数と(＜＜)を読みとり、

Ｑ＝

より、共振の鋭さを表す、共振回路のＱ値を計算した。

**◆実験Ｂ. 静電容量**

アルミホイルを幅2.5ｃｍ、長さ30.0ｃｍになるように、30ｃｍものさしとカッターを用いて、２枚切り取った。次に塩化ビニールシートをアルミホイルよりも幅が広くなるように、２枚切り取った。このアルミホイルとビニールシートをホイル同士が接触しないように交互に重ね(**図２**参照)、端から鉛筆に固めに巻きつけ、クリップで固定してコンデンサーを作った。このとき巻き終わりの部分の２枚のホイルを少し残してリード線とした。この残した部分の長さをものさしを用いて計測した(測定値は結果参照)。

　　　　　　　　　　　　　　　 2.5ｃｍ

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　アルミホイル

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　ビニールシート

**図２.　コンデンサーの作り方**

　　　　このコンデンサーを、実験Ａで使ったコンデンサーの代わりにターミナル３と４の間につなぎ、発振器で正弦波を励振コイルに入力し、ターミナル３と４の間に生じた交流電圧をオシロスコープで観察した。発振器の周波数を広い範囲で変え､オシロスコープ上の波形の振幅が最大になる共振周波数を発振器から読んだ。と実験Ａで求めたＬの値を使って、このコンデンサーの静電容量Ｃを計算した。

また、理論値と比較するために、ビニールシートの厚さをマイクロメーターで測定(測定値は結果参照)し、比誘電率を3.5として、理論値Ｃ´を計算した。この理論値Ｃ´と実験値Ｃと比較した。

さらにの前後で振幅が最大値のになる周波数と(＜＜)を読みとり、

Ｑ＝

より、共振回路のＱ値を計算した。

**《４. 実験結果》**

**◆実験Ａ．インダクタンス**

‐測定結果‐

静電容量Ｃは

Ｃ＝4.70(ｎＦ)

共振周波数は

＝171.98(kHz)

　　　　　振幅が最大値の倍になる周波数と(＜＜)はそれぞれ

＝166.49(kHz)

＝177.84(kHz)

コイルの形状は

　　巻数Ｎ＝100

長さｌ＝2.40(ｃｍ)

　　直径25.24(ｍｍ)より半径ｒ＝12.62(ｍｍ)

　　　‐実験値Ｌの計算結果‐

＝をＬについて解いて、

Ｌ＝

＝

＝1.82×10(Ｈ)

となった。

　　　‐理論値Ｌ´の計算結果‐

＝＝0.53≒0.5

となるので、**表１**よりｒ/ｌ＝0.5のときのＫ＝0.688の値を採用。

Ｌ´＝

＝3.95×10Ｈ・ｍ×

　　　　　　　　　＝3.95×10Ｈ・ｍ×

　　　　　　　　　＝1.80×10(Ｈ)

　　　　　となった。

　　　‐Ｑ値の計算結果‐

Ｑ＝

　＝

　＝15.15

　　となった。

**◆実験Ｂ. 静電容量**

‐測定結果‐

　　実験Ａより主コイルのインダクタンスＬは

Ｌ＝1.82×10(Ｈ)

共振周波数は

＝194.48(kHz)

　　　　　振幅が最大値の倍になる周波数と(＜＜)はそれぞれ

＝184.40(kHz)

＝207.43(kHz)

　　　　　アルミホイル(コンデンサーの極板)は

幅ｗ＝2.5(ｃｍ)

長さｌ＝30.0(ｃｍ)

リード線とした部分の長さ：2.1(ｃｍ), 2.8(ｃｍ)

ここで今回のコンデンサーは鉛筆に巻かれているので、「電極板の向かい合う部分の面積Ｓ」は電極板の面積の約２倍となることに気をつけると、面積Ｓは

Ｓ＝{(ｌ－2.8)×10ｃｍ×ｗ×10ｃｍ}×2

＝{(30.0－2.8)×2.5}×2×10

＝1.36×10(㎡)

ビニールシートの厚さ(極板間の距離)ｄは

　　　　ｄ＝0.11(ｍｍ)

　　実験書より比誘電率ｋは

　　　　ｋ＝3.5

　　　‐実験値Ｃの計算結果‐

＝をＣについて解いて、

Ｃ＝

＝

　　　　　　　　＝3.68×10(Ｆ)

　　　　　　　　＝3.68(ｎＦ)

　　　　　となった。

　　　‐理論値Ｃ´の計算結果‐

Ｃ＝

＝8.85×10Ｆ・ｍ×

　　　　　　　　＝8.85×10Ｆ・ｍ×

＝3.83×10(Ｆ)

＝3.83(ｎＦ)

　　　　　となった。

　　　‐Ｑ値の計算結果‐

Ｑ＝

　＝

　　　　　＝8.44

となった。

**《５. 考察》**

**◆誤差と精度**

実験Ａ

　　　　誤差は　1.82×10Ｈ－1.80×10Ｈ­­＝0.02×10(Ｈ)

　　　　精度は　×100＝1.11(％)

　　　　となり、かなり良い結果となった。

　　　実験Ｂ

　　　　誤差は　3.83×10Ｆ－3.68×10Ｆ＝0.15×10(Ｆ)

　　　　精度は　×100＝4.01(％)

　　　　となり、また良い結果となった。

　　◆**実験値と理論値に影響していることについて**

実験Ａ

・導線にすき間が生じていた。

・導線の先がきれいに磨けていなかったため、導線の抵抗が大きく、さらに接触が悪かった。

・コイルの巻き数が正確に100回ではなかった。巻き数Ｎが１回増えるとＬには0.04×10Ｈの誤差が生じる。

・共振周波数を求める際、オシロスコープ上の波形の振幅の最大値が目測であったため、多少影響があった。共振周波数が1kHzずれるとＬの値には0.02×10Ｈの誤差が生じる。

・コイルの形状の半径、および長さが正確でなかった。半径ｒが0.1ｍｍずれるとＬの値には0.03×10Ｈ、また、長さｌが1ｍｍずれると0.08×10Ｈの誤差が生じる。

・長岡係数が正確な値ではなった。長岡係数Ｋが0.01ずれるとＬの値は0.024×10⁻⁴Ｈの誤差が生じる。

以上より、特にコイルの巻き数Ｎ、コイルの半径ｒ、長岡係数Ｋの誤差が今回の実験に強く影響を与えたと思われる。

　　　実験Ｂ

　　　　・コンデンサーにすき間が生じていた。

　　　　・実験Ａと同様に、共振周波数を求める際、オシロスコープ上の波形の振幅の最大値が目測であったため、多少影響があった。共振周波数が1kHzずれるとＬの値には0.02×10Ｈの誤差が生じる。

　　　　・実験Ａで求めたインダクタンスの値に誤差が含まれていた。インダクタンスＬが0.10×10ＨずれるとＣの値には0.19×10Ｆの誤差が生じる。

　　　　・比誘電率が3.5ではなかった。比誘電率ｋが0.1ずれるとＣの値には0.11×10Ｆの誤差が生じる。

・アルミホイルがずれていた、リード線とした部分の長さが正確ではなかった、両側がコンデンサーとして機能している部分についての考慮が簡単すぎたなどの理由のため、面積Ｓがかなり不確かだった。面積Ｓが0.10×10㎡ずれるとＣの値には0.28×10Ｆの誤差が生じる。

　　　　・ビニールシートの厚さが正確な値ではなかった。厚さｄが0.01ｍｍずれるとＣの値には0.3×10Ｆの誤差が生じる。

**◆より測定の精度をあげるためには**

実験Ａ

　　　　・コイルを作るときに、導線のすき間ができないようにし、巻きの強さもできるだけ均等にする。

　　　　・一回の実験結果ではあまり正確な結果は得られないため、静電容量Ｃの値が異なるコンデンサーでも同様の実験を数回行い、インダクタンスＬを求め、その平均を取る。

　　　　・正確な長岡係数を求めるために、**表１**から長岡係数のグラフを書き、そのグラフを利用して長岡係数Ｋを求める。

　　　実験Ｂ

　　　　・コンデンサーを作るときに、アルミホイルがずれないようにし、空気が入ってすき間ができないように気をつける。

・このコンデンサーは２枚の電極板を巻いてあるので、両側がコンデンサーとして機能している部分できる。このため面積Ｓを求める際に２倍したのだが、実際には一番外側では片面しかコンデンサーとして機能していない。したがって「電極板の向かい合う面積Ｓ」は電極板の面積の２倍よりは小さいはずである。以上のことを考慮して面積Ｓを求める。

　　　　・ビニールシートの誘電率を調べ、その値を計算に用いる。

**◆Ｑ値の持つ意味について**

Ｑ値は振動の状態を現す無次元数。共振回路の共振のピークの鋭さを表す値「Ｑ(quality factor)」として一般的に用いられる。Ｑ値が大きいほどシャープな共振特性が得られる。またＱ値が大きいほど共振回路の質がよい、つまりエネルギーの損失が少ないとされている。

コイルとコンデンサーを用いた直列共振回路の場合

Ｑ＝

と表せる。これはインダクタンスＬを大きくしてコンデンサーの静電容量Ｃを小さく、直列抵抗Ｒを少なくするほどＱが大きくなることを示す。

　　　　今回の実験でのＱ値は、実験ＡでＱ＝15.15、実験ＢでＱ＝8.44とであった。この値はかなり低い値であり、この共振回路はエネルギーの損失は大きいといえる。実験Ａにおいて、Ｑ値を大きくするためには静電容量Ｃが小さいものをコンデンサーとして用いればよい。

**《６. 参考文献》**

　　・理工学部１年　自然化学実験物理学編2006　　　　　　　　　学術図書出版

・フリー百科事典『ウィキペディア(Wikipedia)』

http://ja.wikipedia.org/wiki/Q%E5%80%A4